

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	—	40 נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	—	20 נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	—	20×2	—	40 נקודות
	—	סה"כ	—		—	100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
- (2) שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

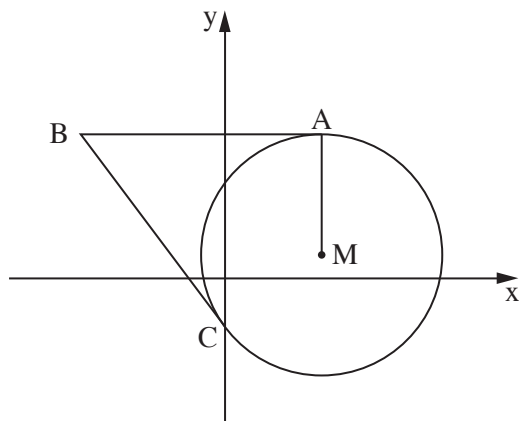
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. בשיעור אומנות קיבל תלמיד חוט ברזל שאורכו 52a ס"מ והכין ממנו שתי מסגרות לתמונות:
מסגרת אחת בצורת ריבוע ומסגרת אחת בצורת מלבן.
צלע אחת של המלבן שווה באורכה לצלע הריבוע והצלע האחרת של המלבן גדולה פי $\frac{4}{3}$ מצלע הריבוע.
החוט הספיק בדיוק להכנת שתי המסגרות.
- א. הבע באמצעות a את אורכי צלעות המלבן.
ב. מחוט ברזל נוסף (באורך אחר) הכין התלמיד עוד שתי מסגרות: מסגרת מלבנית זהה למסגרת המלבנית הראשונה, ומסגרת בצורת ריבוע שצלעו ארוכה ב- 65% מצלע הריבוע הראשון.
ג. האורך של אלכסון המלבן הוא 45 ס"מ.
חשב את אורכי צלעות המלבן.

2. מעגל שמרכזו בנקודה M(4, 1) חותך את ציר ה-y בנקודה C, כמתואר בציור.
מן הנקודה B, הנמצאת ברביע השני, העבירו שני ישרים המשיקים למעגל בנקודות A ו-C.
משוואת הישר AB היא $y = 6$.



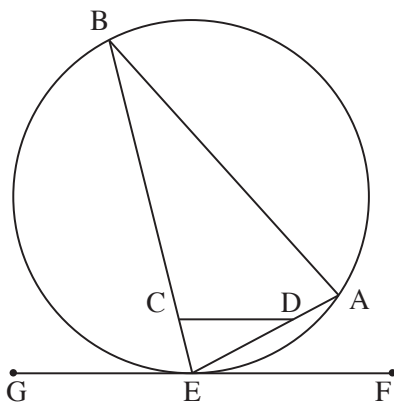
- א. מהי משוואת המעגל?
ב. מצא את משוואת הישר BC.
ג. חשב את שטח המרובע ABCM.
ד. חשב את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש BCM.
בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

3. בבית ספר מסוים יש תלמידים שגרים בעיר ויש תלמידים שגרים מחוץ לעיר. מספר הבנות הלומדות בבית הספר גדול פי 1.25 ממספר הבנים הלומדים בבית הספר. 75% מן הבנים גרים בעיר ו- 40% מן הבנות גרות מחוץ לעיר. בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר (בן או בת).
- מהי ההסתברות שבחרו בבן שגר בעיר?
 - ידוע שהתלמיד שנבחר (בן או בת) גר בעיר. מהי ההסתברות שנבחרה בת?
 - בבית הספר יש 900 תלמידים (בנים ובנות). כמה תלמידים (בנים ובנות) גרים בעיר?
 - בכל יום בוחרים באקראי תלמיד מבית הספר שיהיה תורן ניקיון (אותו התלמיד יכול להיבחר ברצף יום אחר יום).
- מהי ההסתברות שבמשך 3 ימים רצופים נבחרו לפחות 2 תורנים שגרים מחוץ לעיר? (תורן יכול להיות בן או בת).

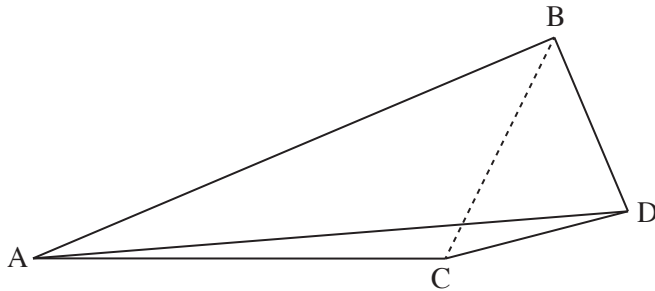
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. המשולש AEB חסום במעגל. הקטע GF משיק למעגל בנקודה E. הנקודות C ו-D נמצאות על הצלעות BE ו-AE בהתאמה, כך שהקטע CD מקביל למשיק. הוכח: $\angle ABE = \angle CDE$.
- הוכח: $\triangle CDE \sim \triangle ABE$.
 - הוכח כי אפשר לחסום את המרובע ABCD במעגל.
 - נתון: $CD = 4$ ס"מ, $BE = 12$ ס"מ, $ED = \frac{1}{3}AB$. חשב את אורך הקטע ED.



5. ABD הוא משולש ישר-זווית ($\angle ABD = 90^\circ$).
- נסמן: $BD = a$. נתון: $AB = 3a$.
- א. חשב את גודל הזווית $\angle ADB$.
- C היא נקודה מחוץ למשולש.
- נתון: $\angle ADC = 10^\circ$, $CD = BD$.
- ב. הבע באמצעות a את אורך הקטע BC.
- ג. הבע באמצעות a את אורך הקטע AC.
- ד. נתון: שטח המשולש BDC הוא 30 סמ"ר.
- חשב את שטח המרובע ABDC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

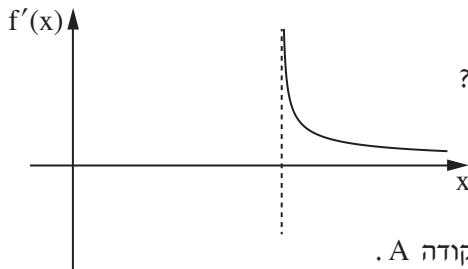
ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2(x - 4)^2$, המוגדרת לכל x.
- ענה על הסעיפים א-ג. פתח סוגריים אם יש צורך.
- א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 (4) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה-x.
- ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x - 13}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) הראה כי הפונקציה $f(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



לפניך גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

(2) מהי משוואת האסימפטוטה האנכית

של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ חותכים זה את זה בנקודה A.

ג. חשב את שיעורי הנקודה A.

מן הנקודה A הורידו אנך לציר ה- x .

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי האנך, על ידי ציר ה- x ועל ידי

הישר $x = 11$.

8. לפניך ציור של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x-1} + 3$ ברביע הראשון.

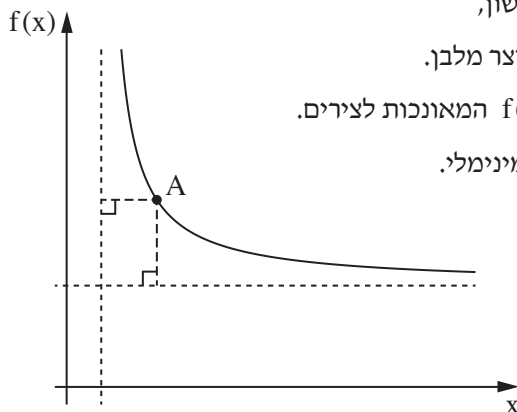
מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון,

העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, כך שנוצר מלבן.

א. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. חשב את שטח המלבן שהיקפו מינימלי.



בהצלחה!