

מתמטיקה 5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
סך הכול — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. הנקודה A נמצאת על האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ברביע הראשון. a ו-b הם פרמטרים חיוביים.

נתון: $a > b$, אורך הציר הגדול של האליפסה הוא 13.

F_1 ו- F_2 הם מוקדי האליפסה.

היקף המשולש F_1AF_2 הוא 25 ושטחו 12.

א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

דרך הנקודה A עוברת פרבולה שמשוואתה היא $y^2 = 2px$ ($p > 0$ ואינו שלם).

דרך הנקודה A העבירו משיק לפרבולה. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה L.

ג. מצא את שיעור ה-x של הנקודה L.

הפרבולה והאליפסה נחתכות בנקודה נוספת, B.

הנקודה D נמצאת על הישר AB.

ד. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל נקודות מפגשי התיכונים במשולשים ALD.

2. הישר l עובר דרך ראשית הצירים, O , ומאונך למישור π . הנקודה $P(-1, -1, 2)$ היא נקודת החיתוך של הישר l והמישור π .
- א. מצא את משוואת המישור π .
- OABCD היא פירמידה ישרה שבסיסה, ABCD, הוא מלבן הנמצא על המישור π (הנקודה O היא ראשית הצירים). הנקודות A ו- B הן נקודות החיתוך של המישור π עם ציר ה- x ועם ציר ה- y בהתאמה.
- ב. (1) מצא את שיעורי הקודקודים A ו- B .
 (2) מצא את שיעורי הקודקודים C ו- D .
- ג. חשב את גודל הזווית בין הפאה הצדדית AOB בפירמידה OABCD ובין בסיס הפירמידה. הנקודות $F(-4, -2, 0)$ ו- $G(-2, -4, 0)$ נמצאות על הקטע AB .
- ד. (1) הראה כי $|FG| = \frac{1}{3}|AB|$.
 (2) מצא שיעורים של שתי נקודות, H ו- I , כך שנפח הפירמידה OFGHI הוא $\frac{1}{3}$ מנפח הפירמידה OABCD. נמק את תשובתך.

3. א. פתור את המשוואה $z^3 = -1$ (z הוא מספר מרוכב). פרט את חישוביך.
- ב. a_n היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא $2i$.
- ג. הראה כי לכל n טבעי $a_{n+4} = 16a_n$.
- הנקודות A, B, C, D במישור גאוס מייצגות את איברי הסדרה a_1, a_2, a_3, a_4 בהתאמה. a_1 הוא אחד הפתרונות של המשוואה $z^3 = -1$. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון.
- ג. (1) סרטט סקיצה של המרובע ABCD.
 (2) מצא את שטח המרובע ABCD.
- ד. הנקודות A', B', C', D' מייצגות את איברי הסדרה a_5, a_6, a_7, a_8 בהתאמה. מצא את היחס בין שטח המרובע $A'B'C'D'$ ובין שטח המרובע ABCD. נמק. $\left(\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}}\right)$.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{\left(\frac{a}{x-1}\right)} + c$. a ו- c הם פרמטרים.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$ היא $y = 1$,

הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה- y בנקודה $(0, e^{-4})$.

ב. מצא את הערך של c ואת הערך של a .

ג. (1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה)?

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול יחידה בנקודה שבה $x = -1$.

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

ה. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הפיתול שלה. המשיק עובר בראשית הצירים.

הסבר מדוע השטח הנמצא ברביע השני ומוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y

קטן מ- $\frac{1}{2}e^{-2}$.

5. נתונה פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$: $f'(x) = \frac{\ln(-x) + 2}{x}$.

לפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup והקעירות כלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מה הן משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

נתון: $f(-e^{-2}) = 0$.

ג. (1) מצא ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך