

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשי"ע, מועד ב
מספר השאלון: 306, 035006
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ו'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעותיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – אלגברה – $33\frac{1}{3} \times 1$ – 33 $\frac{1}{3}$ נקודות
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה – $33\frac{1}{3} \times 2$ – 66 $\frac{2}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

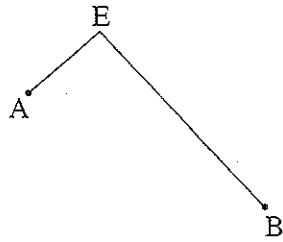
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



1. רוכב אופניים רכב מעיר A לעיר B. במסלול שבין שתי הערים יש תחילה עלייה ואחר כך ירידה (ראה ציור). מהירות הרוכב בירידה היא קבועה, וגדולה ב-10 קמ"ש ממהירותו בעלייה. הרוכב עבר את הדרך מ-A ל-B ב-4.5 שעות, ואת הדרך מ-B ל-A עבר ב-6 שעות. מהירות הרוכב בעלייה שדרך מ-A ל-B שווה למהירות הרוכב בעלייה שדרך מ-B ל-A, וגם מהירות הרוכב בירידה בכל אחת מהדרכים היא אותה מהירות. אורך המסלול בין שתי הערים הוא 70 ק"מ.
- א. מצא את מהירות הרוכב בעלייה.
ב. מצא את אורך המסלול מ-B ל-B.

2. נתונה סדרה המוגדרת על ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n + 2n + 3 \end{cases}$$

- א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n זוגי מתקיים $a_n = n(n+2)$.
ב. הוכח כי a_n מתחלק ב-8 לכל n זוגי.
ג. שני איברים במקומות זוגיים בסדרה מקיימים $n(a_{n+4} - a_{n+2}) = 41600$. מצא את שני האיברים (הגודל שלהם).

/המשך בעמוד 3/

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{x^2 - 6x + a}$, a הוא פרמטר.

נתון כי הפונקציה אינה מוגדרת רק עבור ערך אחד של x .

א. מצא את הערך של a .

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$ (ראה ציור).

מעבירים שני ישרים שמשוואותיהם:

$$x = a, \quad x = a + \frac{\pi}{2}$$

$$0 < a < \frac{\pi}{2}$$

S_1 הוא השטח המוגבל על ידי שני

הישרים, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$

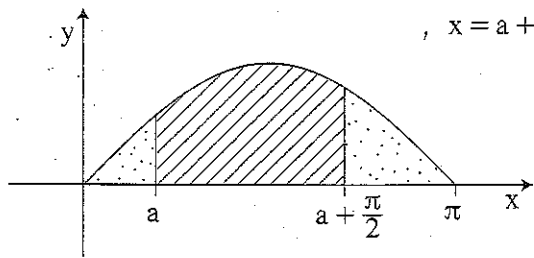
ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

S_2 הוא סכום של שני שטחים, שכל אחד מהם מוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי אחד הישרים ועל ידי ציר ה- x (סכום השטחים המנוקדים בציור).

מצא עבור איזה ערך של a היחס $\frac{S_1}{S_2}$ הוא מקסימלי.

/המשך בעמוד 4/

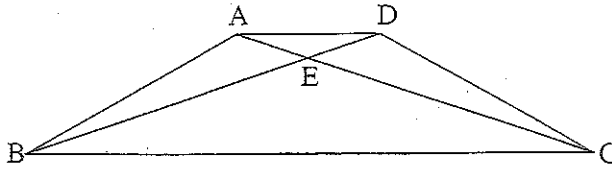


5. בצוור שלפניך טרפז שווה-שוקיים ABCD

(AD || BC)

נתון: $\angle CAD = \alpha$

$\angle BDC = \beta$



א. הוכח כי היחס בין שטח המשולש AED לשטח המשולש BEC הוא

$$\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta BEC}} = \frac{\sin^2(2\alpha + \beta)}{\sin^2\beta}$$

ב. הוכח כי היחס בין שטח המשולש BCD לשטח המשולש ABE הוא

$$\frac{S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta ABE}} = \frac{2 \cos \alpha \cdot \sin(\alpha + \beta)}{\sin(2\alpha + \beta)}$$

ג. נתון גם: $\alpha = 30^\circ$, $\sqrt{\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta BEC}}} = \frac{1}{4}$

מצא את β .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך