

מתמטיקה

שאלון ז'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח התערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – מספרים מרוכבים, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

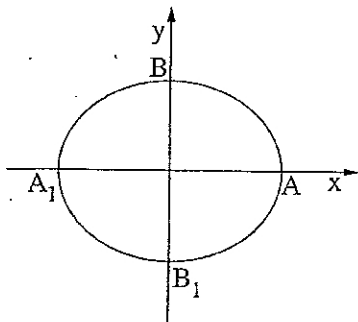
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונה האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a > b$ (ראה ציור).

F_1 ו- F_2 הם מוקדי האליפסה

וקדקודיה הם A, A_1, B, B_1 .

נתון כי המוקד F_1 הוא אמצע הקטע AF_2 .

דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה העבירו מעגל.

נתון כי קוטר המעגל הוא $\sqrt{17}$.

א. מצא את משוואת האליפסה.

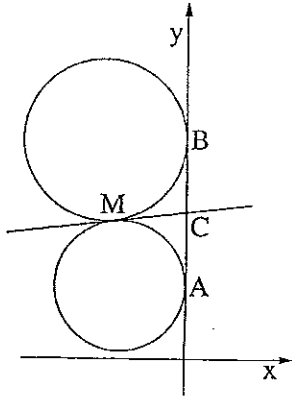
ב. העבירו עוד שלושה מעגלים אחרים דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה. המרכזים של

ארבעת המעגלים הם קדקודים של מרובע.

המרובע, הנמצא במישור $[x, y]$, הוא בסיס של פירמידה שקדקודה הוא $S(0, 3, 4)$.

מצא את נפח הפירמידה.

המשך בעמוד 3



2. שני מעגלים שמרכזיהם נמצאים ברביע השני,

משיקים לציר ה- y בנקודות $A(0, 1)$ ו- $B(0, 3)$.

המעגלים משיקים זה לזה בנקודה M (ראה ציור).

א. המשיק המשותף לשני המעגלים חותך את ציר ה- y

בנקודה C .

הראה כי $MC = \frac{1}{2}AB$.

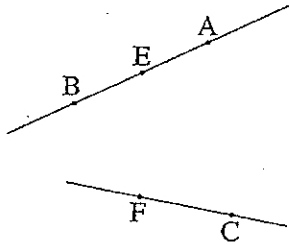
ב. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של

נקודות ההשקה M הנוצרות באופן שתואר.

(2) מהי הצורה של המקום הגאומטרי של הנקודות M , ובאיזה רביע/רביעים הוא נמצא?

ג. המדרך של הפרבולה $y^2 = 2px$ משיק למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

מצא את השיעורים של הנקודות על הפרבולה שמרחקן מהמוקד שלה הוא 10.



3. נתונים שני ישרים מצטלבים. קטע AB נמצא על

אחד הישרים, וקטע CF נמצא על הישר האחר.

נקודה E היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).

נסמן: $\vec{EA} = \underline{w}$, $\vec{FE} = \underline{y}$, $\vec{CF} = \underline{u}$.

נתון: $\underline{y} \perp \underline{u}$, $\underline{y} \perp \underline{w}$

$|\underline{u}| = \sqrt{7}$, $|\underline{y}| = \sqrt{13}$, $|\underline{w}| = \sqrt{5}$

קוסינוס הזווית בין הווקטורים \underline{w} ו- \underline{u} הוא $\frac{\sqrt{35}}{10}$.

א. מצא את גודל הזווית ABC .

נתון גם: $A(0, 2, 3)$, $B(2, 6, 3)$. מישור π עובר דרך הנקודה B ומאונך לישר AB .

ב. מצא את משוואת המישור π .

ג. היעור בתשובתך לסעיף א ומצא את גודל הזווית שבין הישר BC למישור π .

המשך בעמוד 4 ◀

פרק שני – מספרים מרוכבים,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. נתונים המספרים המרוכבים z המקיימים: $|z - 3i| = 1$.

(1) סרטט במערכת צירים את המקום הגאומטרי של המספרים z . נמק.

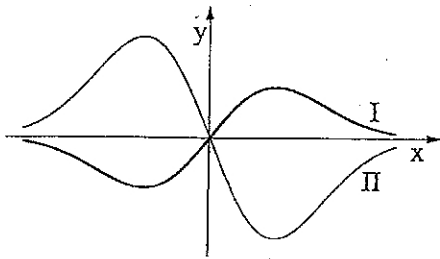
(2) על פי הסרטוט שסרטטת בתת-סעיף א (1), סרטט באותה מערכת צירים את המקום

הגאומטרי של המספרים \bar{z} .

(3) המספר $z_0 = 1 + iy$ נמצא על המקום הגאומטרי של המספרים z שסרטטת

בתת-סעיף א (1).

מצא את המרחק בין הנקודה המייצגת את z_0 ובין הנקודה המייצגת את \bar{z}_0 .



ב. נתונות הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $g'(x)$

מקיימות: $g'(x) = -2f(x)$.

בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II

של הפונקציות $f(x)$ ו- $g'(x)$.

(1) קבע איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$, ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

נמק.

(2) נתון גם: $g'(x) = -2xe^{-x^2}$, $g(0.5) = \frac{1}{e^{0.25}}$.

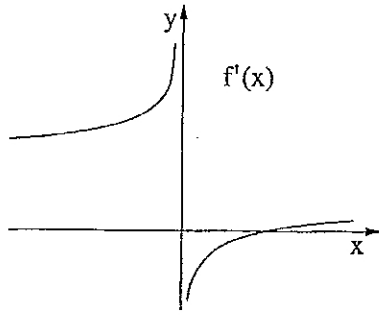
מצא עבור אילו ערכים של x הגרף של הפונקציה $f(x)$ נמצא מעל הגרף של

הפונקציה $g(x)$.

תערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

המשך בעמוד 5

5. בציור שלפניך מוצג הגרף



$$f'(x) = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x} - 2}{\sqrt[3]{x}}$$

של פונקציית הנגזרת
הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

א. היעזר בגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ומצא:

(1) את תחומי העלייה והירידה

של הפונקציה $f(x)$. נמק.

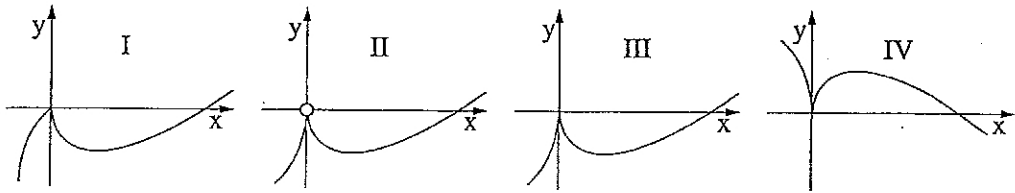
(2) את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$.

(אם יש כאלה). נמק.

ב. נתון כי הישר $y = -1$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. לפניך ארבעה גרפים IV-I. איזה גרף עשוי לתאר את הפונקציה $f(x)$? נמק.



בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך