

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 מועד הבחינה: ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מספר השאלון: חורף תש"ע, 2010
 נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד
 306, 035006

מתמטיקה

שאלון ו'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעותיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון – אלגברה
 פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. שני צינורות, צינור I וצינור II, ממלאים יחד במים את כל הנפח של ברכה במשך 6 שעות.

(קצב הזרמת המים של כל אחד מהצינורות אינו משתנה.)

יום אחד, צינור I מילא לבדו רבע מנפח הברכה, וצינור II מילא לבדו עוד רבע מנפח

הברכה, וכך התמלא חצי מנפח הברכה במשך m שעות.

א. (1) הבע באמצעות m את הזמן הדרוש לצינור I למלא את כל נפח הברכה לבדו.

(2) מצא עבור איזה ערך של m יש פתרון אחד לבעיה.

ב. נתון כי כאשר כמות המים בברכה היא 70% מנפח הברכה, צינור I ממלא לבדו את

נפח הברכה הנותר במשך 3 שעות.

מצא את m במקרה זה.

2. א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 4n = 2^{-4n} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 8n$$

ב. בהסתמך על סעיף א, מצא את הערך של b במשוואה:

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 199}{202 \cdot 204 \cdot 206 \cdot \dots \cdot 400} = 2^{-b}$$

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(x-b)^2}{x^2-4}$, $b > 2$

א. מצא (הבע באמצעות b במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות שלה המקבילות לצירים.

(2) את השיעורים של נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(3) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. על פי הסקיצה של גרף הפונקציה, מצא את התחום שבו

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית וגם פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ שלילית,

אם ידוע כי ל- $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד. נמק.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2\cos^2(\frac{x}{2}) - 1}{2\cos^2(\frac{x}{2})}$ בתחום $-3\pi \leq x \leq 3\pi$

א. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ב. מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה בתחום הנתון.

ג. לפונקציה יש שלוש נקודות מקסימום בתחום הנתון.

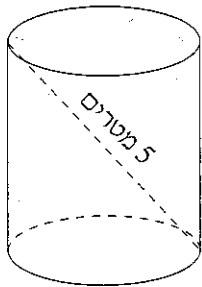
מצא את השיעורים של נקודות אלה.

ד. העבירו ישר דרך נקודות המקסימום של הפונקציה.

מצא בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$ את השטח המוגבל על ידי הישר,

על ידי גרף הפונקציה, על ידי שתי האסימפטוטות של הפונקציה ועל ידי ציר ה- x .

/המשך בעמוד 4/



5. רוצים לבנות דוד מים בצורת גליל, כך שאורך

האלכסון של החתך הצירי של הגליל יהיה 5 מטרים
(ראה ציור).

הדוד פתוח מלמעלה.

המחיר של מ"ר של החומר לבסיס הגליל גדול פי 3

מהמחיר של מ"ר של החומר לדופן הגליל

(המעטפת של הגליל).

מהו שטח הבסיס של הדוד, שעבורו המחיר של כל החומר לבניית הדוד הפתוח

הוא מקסימלי?

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך