

מדינת ישראל
משרד החינוך התרבות והספורט
סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים
מועד הבחינה: קיץ תשס"ה, 2005
מספר השאלה: 035007
מספר: נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 ייחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ז'

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה ושלושה רביעים.

ב. מבנה השאלה ופתחה הערכיה: בשאלון זה שני פרקים.

$$\begin{array}{l} \text{פרק ראשון} - \text{גאומטריה אנליטית, וקטורים} - 33 \frac{1}{3} \text{ נקודות} \\ \text{פרק שני} - \text{מספרים מרוכבים, פונקציות מעירכיות ולוגריתמיות} - 33 \frac{1}{3} \text{ נקודות} \\ \hline \text{סה"כ} & 100 \text{ נקודות} \end{array}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכונות במחשבון הנitin לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכונות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתק את השאלה; סמן את מספורה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעוזרת מחשבון.
הסביר את בל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חסור פירוט עלול לגרום לפגיעה בזכיון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיווח יש להשתמש במחברת הבחינה או בדף שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטيوוח אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

הנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

ה שאלות

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים (66 נקודות)

עונה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

.1. נתון המ Engel $x^2 + y^2 = 12$.

נקודה A שמחוץ למ Engel יוצא משיק למ Engel הנתון.

אורך המשיק גדול פי 2 מהמרחק של הנקודה A מציר ה- x.

.א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות A המקיים תנאי זה.

.ב. מצא את משוואות האסימפטוטות של המקום הגאומטרי שאט משוואתו מצאת

בסעיף א.

.2. נתונות שלוש נקודות: A(1, 0, 5) B(6, 2, 1) C(0, 0, -2).

. נקודה M מקיימת $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AC}$

. נתון: $|\overrightarrow{BM}| = 7$.

.א. מצא את שני הערכים של t.

.ב. עבור הערך הגדול של t, מבין הערכים שמצאת בסעיף א,

. מצא את שטח המשולש ABM.

.3. נתונים שני המישוריים: $\pi_1: x - 2y + z - 5 = 0$

$\pi_2: 2x + y - 3z = 0$

.א. מצא שתי נקודות על ישר החיתוך של שני המישוריים.

.ב. דרך ישר החיתוך של שני המישוריים עובר מישור π_3 , החותך את ציר ה- y

בנקודה (0, k, 0). קוסינוס הזווית בין מישור π_3 למישור π_1 הוא 0.5.

. מצא את הערכים של k.

פרק שני – מספרים מרוכבים,

פונקציות מערכיות ולוגריתמיות ($\frac{1}{3}$ נקודות)

עונה על אחת מהשאלות 4-5.

אם תענה על יותר משאלת אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. z_1 ו- z_2 הם מספרים מרוכבים הנמצאים מעל ציר ה- x, וקיימיםים:

$$z_1 - z_2 = -1$$

$$z_1 \cdot z_2 = -1$$

א. מצא את z_1 ואת z_2 .

ב. z_1 ו- z_2 הם קדוקודים סמוכים בربיע הנמצא כולם מעל ציר ה- x.

w_1 , הנמצא בربיע הראשון, הוא קדוקוד נוסף של הربיע.

(1) מצא את האורך של צלע הربיע.

$$\therefore w^{12} = a \quad (2)$$

מצא את a. (השאר שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.)

5. א. פתרו את האינטגרציה $\log_3(2x - 5) < \log_{\frac{1}{3}}(2x - 5)$.

ב. נתונה הפונקציה $y = x \ln x - ax^2$.

הfonקציה קעורה כלפי מעלה ב בתחום $0 < x < 1$,

וקעורה כלפי מטה ב בתחום $x > 1$.

מצא את a.

(אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.)

ב ה צ ל ח ה !

זכות היוצרים שモורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך התרבות והספורט

נוסחאות מתמטיקה

4-5 ייחודות לימוד (חחל מקץ תש"ו)

אלגברה

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

פירוק לגורמים

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$$

בינום ניוטון

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})$$

(x_1, x_2 שורשי המשוואה ריבועית).

נוסחאות ווילטה

סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	האיבר ה- n -י :
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	הסכום:

$$z = a + bi = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

מספרים מרוכבים

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

מכפלה בחתגה קוטבית:

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$

משפט דה-מואבר:

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right] \quad \text{שורשי המשוואה } z^n = r(\cos\alpha + i\sin\alpha) \text{ הם:}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-1$$

קומבינטוריקה

$$P_n = n!$$

מספר התמורות של n עצמים (בלי חזרות):

מספר התמורות של n עצמים כמספרם של n_1, n_2, \dots, n_k עצמים שוויים ביניהם:

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdots n_k!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

מספר החליפות של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

מספר הצירופים של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

וקטוריות

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{a} + t(\mathbf{b} - \mathbf{a}) + s(\mathbf{c} - \mathbf{a}) & : \mathbf{z} = \overrightarrow{OC}, \mathbf{b} = \overrightarrow{OB}, \mathbf{a} = \overrightarrow{OA} \\ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\mathbf{x}| |\mathbf{y}| \cos \alpha & \text{מכפלה סקלרית:} \\ \mathbf{x} \cdot \mathbf{y} &= 0 & \text{ניצבות:} \\ |\mathbf{x}| &= \sqrt{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} & \text{אורך של וקטור:} \end{aligned}$$

$$\frac{|\mathbf{a} \cdot \mathbf{z} + c|}{|\mathbf{a}|} : \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} + c = 0 \quad \text{המישור } \mathbf{z} = (z_1, z_2, z_3) \text{ למשור}$$

$$\sin \beta = \frac{|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}|}{|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|} : \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} + c = 0 \quad \text{זווית בין חישר } \mathbf{d} + \mathbf{b} \text{ למשור}$$

$$\cos \alpha = \frac{|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}|}{|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|} : \mathbf{b} \cdot \mathbf{x} + d = 0, \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} + c = 0 \quad \text{זווית בין המישורים}$$

$$a^{\log_a x} = \log_a(a^x) = x \quad \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \quad \text{חוקות ולוגריתמים}$$

טריגונומטריה

זהויות

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta} \quad \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$\begin{aligned} \sin \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} & \cos \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} \\ \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} & \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} \\ \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2} & \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma & \text{משפט הקוסינוס:} & \frac{a}{\sin \alpha} = 2R \\ \frac{1}{2} r^2 \alpha & \quad \text{שטח גורה:} & r \propto & \quad \text{אורך קשת של } \alpha \text{ רדייאנים:} \end{aligned}$$

חנדסות מרחב

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \pi R^3 & \text{נפח כדור:} & V = \frac{B \cdot h}{3} \quad \text{nפח חרוט ופירמידה (B - שטח הבסיס):} \\ P &= 4 \pi R^2 & \text{שטח פנים של כדור:} & M = \pi R^2 h \quad \text{שטח מעטפת חרוט:} \end{aligned}$$

אנליזות (חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי)

$$\begin{array}{llll} (uv)' = u'v + uv' & (x^n)' = nx^{n-1} & \sin' x = \cos x & \arcsin' x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\ \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2} & (a^x)' = a^x \ln a & \cos' x = -\sin x & \arccos' x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \\ f'(x) = v'(u) \cdot u'(x) & \log_a x = \frac{1}{x \ln a} & \tan' x = \frac{1}{\cos^2 x} & \arctan' x = \frac{1}{1+x^2} \\ \text{כלל השרשרת:} \end{array}$$

$$\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$$

אינטגרלים

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} [f(a) + 2f(x_1) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(b)]$$

כלל הטרפו:

$$f(-x) = -f(x)$$

$$f(x) = f(-x)$$

פונקציה זוגית:

$$\cup$$

$$f(x) = f(-x)$$

פונקציות

פונקציה איזומורפית:

פונקציה זוגית:

$$\cap$$

$$f(x) = -f(-x)$$

נקודות פיתול: נקודות מעבר בין קמיות לעקירות

סטטיסטיקה וחתובות

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 f_n}{N}}$$

סטיית תקן:

; x_n , x_2 , x_1 , f_2 , f_1 השכיחויות של

$$f_1 + f_2 + \dots + f_n = N$$

נוסחת ברנולי: החסתבות ל k הצלחות ב n ניסיונות בהסתגלותBINOMDIST עם החסתבות k:

$$p_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

לוח של התפלגות נורמלית (0,1) מצטברת

u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.500	504	508	512	516	520	524	528	532	536
0.1	0.540	544	548	552	556	560	564	568	571	575
0.2	0.579	583	587	591	595	599	603	606	610	614
0.3	0.618	622	625	629	633	637	641	644	648	652
0.4	0.655	659	663	666	670	674	677	681	684	688
0.5	0.692	695	699	702	705	709	712	716	719	722
0.6	0.726	729	732	736	739	742	745	749	752	755
0.7	0.758	761	764	767	770	773	776	779	782	787
0.8	0.788	791	794	797	800	802	805	809	811	813
0.9	0.816	819	821	824	826	829	832	834	837	839
1.0	0.841	844	846	848	851	853	855	858	860	862
1.1	0.864	866	869	871	873	875	877	879	881	883
1.2	0.885	887	889	891	893	894	896	898	900	902
1.3	0.903	905	907	908	910	911	913	915	916	918
1.4	0.919	921	922	924	925	926	928	929	931	932
1.5	0.933	935	936	937	938	939	941	942	943	944
1.6	0.945	946	947	948	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1.7	0.9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1.8	0.9641	9650	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1.9	0.9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9762	9767
2.0	0.9773	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2.1	0.9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2.2	0.9861	9865	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2.3	0.9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2.4	0.9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2.5	0.9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2.6	0.9954	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2.7	0.9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2.8	0.9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2.9	0.9981	9982	9983	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3.0	0.9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990

חנדסה אנליטית**קו ישר**

$y - y_1 = m(x - x_1)$ משוואת ישר דרך (x_1, y_1) ששיפועו m :

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| : y = m_2 x + n_2 , \quad y = m_1 x + n_1$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad : y = m_2 x + n_2 , \quad y = m_1 x + n_1$$

$$d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} : Ax + By + C = 0 \text{ מהישר } (x_0, y_0) \text{ מרחק}$$

$$\left(\frac{kx_1 + kx_2}{k + \lambda}, \frac{ky_1 + ky_2}{k + \lambda} \right) : (A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)) \text{ נקודה חחלקת את הקטע } AB \text{ ביחס } \lambda : k$$

מעגל

$$: (x_0; y_0) \text{ המשיק למעגל } (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \text{ בנקודה } (x_0, y_0) \\ (x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

$$: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{היפרבולה}$$

$$y = \pm \frac{b}{a} x \quad \text{האסימפטוטות:}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{מרחק המוקד מהראשית:}$$

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1 \quad : (x_0, y_0) \text{ משיק להיפרבולה בנקודה}$$

$$n^2 = m^2 a^2 - b^2 \quad \text{התנאי שהישר } y = mx + n \text{ ישיק להיפרבולה:}$$

$$\text{פרבולה} : y^2 = 2px$$

$$yy_0 = p(x + x_0) \quad : \text{משיק לפרבולה בנקודה } (y_0, x_0)$$

$$n = \frac{p}{2m} \quad \text{התנאי שהישר } y = mx + n \text{ ישיק לפרבולה:}$$